

СТАТИСТИКА. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ, МОДЕЛІ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ЕКОНОМІЦІ

УДК 331.101.68:65.011.4 (51-77)

М.М. Петренко, проф., канд. техн. наук

Т.С. Корнєєва, асист.

Кіровоградський національний технічний університет, м. Кіровоград, Україна

Апроксимація ідеальної моделі ефективності праці нелінійною багатомірною математичною моделлю

Стаття присвячена розробленню методики математичного моделювання ефективності праці, як функції багатьох чинників розвитку підприємства, шляхом апроксимації ідеальної моделі. Використано метод лінеаризації моделі продуктивності праці для визначення рейтингу чинників, вибору найбільш впливових з них і побудови нелінійної математичної моделі для меншої кількості чинників. Наведено приклад побудови моделі ефективності праці на машинобудівному підприємстві.

ефективність праці, чинники розвитку підприємства, методика побудови моделі, нелінійне моделювання ефективності праці

Н.Н. Петренко, проф., канд. техн. наук

Т.С. Корнєєва, асист.

Кіровоградський національний технічний університет, м. Кіровоград, Україна

Аппроксимация идеальной модели эффективности труда многомерной математической моделью

Статья посвящена разработке методики математического моделирования эффективности труда, как функции многих факторов развития предприятия, путем аппроксимации идеальной модели. Использован метод линеаризации модели производительности труда для определения рейтинга факторов, выбора наиболее влиятельных из них и построения нелинейной математической модели для меньшего количества факторов. Приведен пример построения модели эффективности труда на машиностроительном предприятии.

эффективность труда, факторы развития предприятия, методика построения модели, нелинейное моделирование эффективности труда

Постановка проблеми. Необхідно визнати, що математичне моделювання (в тому числі з використанням сучасних інформаційних технологій) є основою прогресу в різних сферах наукових досліджень. Разом з тим, їх використання в соціальних та гуманітарних науках залишається досить обмеженим, що зумовлено складністю кількісної оцінки відповідних явищ. Ця проблема стосується і економічних наук, оскільки математичні методи активно використовуються, в основному, для статистичної обробки та аналізу. Не виключенням є і ступінь дослідження економічної ефективності діяльності підприємства, яка є комплексним показником і визначається рівнем використання його потенціалу, який може бути оцінений великою кількістю чинників за такими групами, як: «Стан використання основного капіталу», «Інвестиційна діяльність», «Інноваційна діяльність», «Використання робочого часу», «Склад фонду оплати праці», «Формування і використання персоналу», «Комп'ютеризація» (усього близько 60) і, в першу чергу, ефективністю використання соціально-трудового потенціалу, ефективністю праці. Математичне нелінійне моделювання таких об'ємних задач традиційними методами пов'язане із значними труднощами, а, часто, і неможливе.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вивчення теоретичних і практичних аспектів оцінювання ефективності праці підприємств відображаються в наукових працях вітчизняних та зарубіжних вчених, таких як П. Друкер [1, 2], М. Макаренко [5], В. Налімов та Н. Чернова [6], Л. Семів [7], Д. Синк [8], О. Тищенко, М. Кизим, Я. Догадайло [10] та інші. В цілому, оцінюючи ступінь наукової розробки досліджуваної теми, необхідно відмітити, що вплив комплексу чинників розвитку підприємств на ефективність праці розглянутий не повною мірою. Крім того потребує удосконалення система управління ефективністю праці на підприємстві. Разом з тим, недостатньо досліджені питання побудови нелінійних багатомірних математичних моделей впливу чинників розвитку підприємства на ефективність праці: для багатьох публікацій характерною є певна консервативність при дослідженні сучасних проблем моделювання розвитку підприємства та ефективності праці його працівників, не враховуються специфічні характеристики соціально-трудова відносин в динаміці. Тому необхідним напрямком досліджень є дещо інший ракурс самого вивчення явища – використання нетрадиційних методів моделювання та їх апробація.

Постановка завдання. Цільова спрямованість представленого дослідження полягає в обґрунтуванні методики математичного моделювання ефективності праці, як функції багатьох чинників розвитку підприємства, шляхом апроксимації ідеальної моделі. Для розв'язання поставленої мети були вирішені наступні завдання:

- обґрунтування можливості апроксимації ідеальної моделі нелінійним поліномом;

- розробка методики побудови нелінійної багатомірної математичної моделі ефективності праці, як функції чинників розвитку підприємства; з використанням таких показників, як "Середньогодинний виробіток одного працівника" і "Середньогодинна додана вартість одного працівника";

- графічна інтерпретація нелінійної багатомірної математичної моделі і її аналіз.

Виклад основного матеріалу. Для будь-якої системи існує ідеальна математична модель:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 \times X_1 + \dots + \beta_i \times X_i + \dots + \beta_k \times X_k + \beta_{12} \times X_1 \times X_2 + \dots + \beta_{ij} \times X_i \times X_j + \dots + \beta_{k-1} \times X_{k-1} \times X_k + \beta_{11} \times X_1^2 + \dots + \beta_{ii} \times X_i^2 + \dots + \beta_{kk} \times X_k^2, \quad (1)$$

де Y – ефективність праці (функціонал) для нульового значення дисперсії адекватності (σ_{ad}^2) описування ідеальною моделлю системи;

β_0 - вільний член ідеальної моделі;

$\beta_i, \beta_{ij}, \beta_{ii}$ - коефіцієнти при чинниках ідеальної моделі, величини яких забезпечують нульове значення σ_{ad}^2 ;

X_i, X_{ij}, X_{ii} - чинники розвитку підприємства в натуральному вигляді, які впливають на ефективність праці;

i, j - індекси при коефіцієнтах і чинниках моделі, $i \neq j$.

Умова ідеальності математичної моделі:

$$\sigma_{ad}^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (Y_u - \hat{Y})^2}{N - k - 1} = 0, \quad (2)$$

де Y_u – експериментальні значення показника ефективності праці для u - того варіанту величин чинників;

\hat{Y}_u – значення показника ефективності праці, підрахованого за ідеальною математичною моделлю при величинах чинників u - того варіанту;

N – кількість варіантів u величин чинників;

k – кількість чинників.

Як показав досвід, побудова ідеальної математичної моделі системи неможлива, оскільки дисперсія адекватності не може дорівнювати нулю.

В роботі поставлена задача уможливлення математичного моделювання ефективності праці, як функції багатьох чинників розвитку підприємства, шляхом апроксимації ідеальної моделі.

Уводимо поняття:

- оцінки функціонала ідеальної моделі ефективності праці $y \rightarrow Y$, для якої $s_{ao}^2 \neq 0$ (s_{ao}^2 - оцінка дисперсії адекватності σ_{ao}^2);

- оцінки коефіцієнтів чинників розвитку підприємства $b_0 \rightarrow \beta_0$, $b_i \rightarrow \beta_i$, $b_{ij} \rightarrow \beta_{ij}$, $b_{ii} \rightarrow \beta_{ii}$.

Математична модель, як апроксимація ідеальної математичної моделі, з урахуванням уведених понять "оцінки" може мати вигляд [6,11]:

$$y = b_0 + b_1 \times x_1 + \dots + b_i \times x_i + \dots + b_k \times x_k + b_{12} \times x_1 \times x_2 + \dots + b_{ij} \times x_i \times x_j + \dots + b_{k-1,k} \times x_{k-1} \times x_k + b_{11} \times x_1^2 + \dots + b_{ii} \times x_i^2 + \dots + b_{kk} \times x_k^2, \quad (3)$$

де x_i - кодове значення чинника.

Побудова математичної моделі формату (3) можлива, але для великої кількості чинників трудомістка. Тому, на першому етапі досліджень, доцільно скористатися методом лінеаризації функціонала (продуктивності праці) з метою визначення рейтингу чинників і побудови нелінійної математичної моделі для меншої кількості найбільш впливових [3,4].

Послідовність побудови нелінійної математичної моделі ефективності праці наступна.

1. Вибір показника ефективності праці.
2. Вибір чинників, які найбільш суттєво впливають на ефективність праці (після визначення коефіцієнтів рейтингу впливу чинників на y).
3. Складання умов, при яких знімаються показники ефективності праці.
4. Визначення формату матриці, яка буде основою побудови математичної моделі для кодових значень чинників

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{I_i}, \quad (4)$$

де x_i – кодове значення i -того чинника (-1, 0, +1; або - α , -1, 0, +1, + α);

X_i – натуральне значення чинника;

X_{i0} – натуральне значення i -того чинника на основному рівні (при кодовому значенні $x_0 = 0$);

I_i – інтервал варіювання i -того чинника;

α – додаткове плече.

5. Побудова математичної моделі (за допомогою пакету прикладних програм STATGRAPHICS Plus 5.0, або STATISTICA 6.0).

При внесенні у матрицю даних спочатку обирається з попередньо зібраних матеріалів значення одного з показників ефективності праці на основному рівні X_{i0} для $x_0 = 0$ (в області, близькій до максимальних значень Y_i). Далі величини усіх інших чинників (x_1, x_2, \dots, x_k) обираємо за значеннями критерію якості, близького за значенням до вперше обраного Y_i).

Як приклад можна розглянути побудову нелінійної багатомірної математичної моделі ефективності праці.

Для аналізу обираємо машинобудівне підприємство, на якому використовуються сучасні технології і застосовується світовий досвід менеджменту.

1. Показником ефективності праці обираємо "Середньогодинний виробіток одного працівника".

2. Чинники розвитку підприємства та коефіцієнти їх рейтингу, розраховані з застосуванням методу лінеаризації функціонала за методикою [3,4]: X_1 - питома вага активної частини основного капіталу (ОК), %, (коефіцієнт рейтингу $K_1 = 3,473$); X_2 - питома вага машин і обладнання у активній частині ОК, %, (коефіцієнт рейтингу $K_2 = 4,261$); X_3 - питома вага машин і обладнання з числовим програмним керуванням (ЧПК) у загальній кількості машин і обладнання, %, (коефіцієнт рейтингу $K_3 = 314,311$); X_4 - питома вага машин і обладнання з ЧПК у загальній вартості машин і обладнання, %, (коефіцієнт рейтингу $K_4 = 316,404$); X_5 - середній вік обладнання, роки, (коефіцієнт рейтингу $K_5 = -2,781$); X_6 - середній вік обладнання з ЧПК, роки, (коефіцієнт рейтингу $K_{6y} = 4,883$); X_7 - фондоозброєність, тис. грн. / працівн., (коефіцієнт рейтингу $K_{7y} = 121,008$); X_8 - техноозброєність, тис. грн. / працівн., (коефіцієнт рейтингу $K_{8y} = 216,338$); X_9 - машиноозброєність, тис. грн. / працівн., (коефіцієнт рейтингу $K_{9y} = 256,589$); X_{10} - коефіцієнт інтелектуалізації основного капіталу, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{10y} = 89,737$); X_{11} - коефіцієнт оновлення, накопичений, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{11y} = 97,829$); X_{12} - капітальні інвестиції, накопичені, усього, тис.грн., (коефіцієнт рейтингу $K_{12y} = 73,981$); X_{13} - питома вага інвестицій в основний капітал до загального обсягу, накопичених, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{13y} = 69,431$); X_{14} - питома вага інвестицій на капітальне будівництво до загального обсягу, накопичених, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{14y} = 108,709$); X_{15} - питома вага інвестицій в машини, обладнання та інвентар до загального обсягу, накопичених, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{15y} = 143,007$); X_{16} - питома вага інвестицій на здійснення будівельних та монтажних робіт до загального обсягу, накопичених, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{16y} = 57,346$); X_{17} - питома вага інвестицій на капітальний ремонт до загального обсягу, накопичених, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{17y} = 38,461$); X_{18} - коефіцієнт інтелектуалізації інвестицій в основний капітал, накопичених, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{18y} = 3,859$); X_{19} - кількість придбаних нових технологій (технічних досягнень), накопичена, одиниць, (коефіцієнт рейтингу $K_{19y} = 63,058$); X_{20} -

кількість впроваджених у виробництво нових технологічних процесів, накопичена, одиниць, (коефіцієнт рейтингу $K_{20,y} = 50,184$); X_{21} - кількість впроваджених інноваційних видів продукції, найменувань, накопичена, одиниць, (коефіцієнт рейтингу $K_{21,y} = 76,128$); X_{22} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{22,y} = -11,305$); X_{23} - коефіцієнт використання надурочного фонду робочого часу, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{23,y} = -1,598$); X_{24} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу за рахунок щорічних відпусток, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{24,y} = -0,358$); X_{25} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу за рахунок тимчасової непрацездатності, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{25,y} = 1,187$); X_{26} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу за рахунок навчання, відпусток та інших неявок, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{26,y} = 2,152$); X_{27} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу за рахунок неявок з дозволу адміністрації, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{27,y} = -0,833$); X_{28} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу за рахунок відпусток за ініціативою адміністрації, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{28,y} = -0,562$); X_{29} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу за рахунок неявок у зв'язку з переведенням на скорочений робочий день, тиждень, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{29,y} = 12,690$); X_{30} - коефіцієнт втрат фонду робочого часу за рахунок прогулів, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{30,y} = -1,491$); X_{31} - питома вага основної заробітної плати у фонді оплати праці, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{31,y} = 99,994$); X_{32} - питома вага додаткової заробітної плати у фонді оплати праці, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{32,y} = 9,407$); X_{33} - питома вага заохочувальних та компенсаційних виплат у фонді оплати праці, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{33,y} = 11,859$); X_{34} - питома вага оплати за невідпрацьований час у фонді оплати праці, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{34,y} = 5,577$); X_{35} - середньорічна заробітна плата штатного працівника, тис. грн., (коефіцієнт рейтингу $K_{35,y} = 89,682$); X_{36} - середньорічна заробітна плата працівника в еквіваленті повної зайнятості, тис.грн., (коефіцієнт рейтингу $K_{36,y} = 89,253$); X_{37} - питома вага робітників у загальній кількості штатних працівників, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{37,y} = 90,609$); X_{38} - питома вага робітників у загальній кількості усіх працівників в еквіваленті повної зайнятості, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{38,y} = 91,061$); X_{39} - питома вага основних робітників у загальній кількості усіх працівників в еквіваленті повної зайнятості, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{39,y} = 96,422$); X_{40} - питома вага працівників, що закінчили ВНЗ 1-2 рівня акредитації, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{40,y} = 50,054$); X_{41} - питома вага працівників, що закінчили ВНЗ 3-4 рівня акредитації, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{41,y} = 102,903$); X_{42} - коефіцієнт підвищення кваліфікації середньооблікової кількості штатних працівників, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{42,y} = 93,855$); X_{43} - коефіцієнт підвищення кваліфікації робітників, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{43,y} = 85,604$); X_{44} - коефіцієнт підвищення кваліфікації керівників, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{44,y} = 7,582$); X_{45} - коефіцієнт підвищення кваліфікації професіоналів, фахівців, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{45,y} = 29,382$); X_{46} - коефіцієнт "Навчено новим професіям по відношенню до середньооблікової кількості штатних працівників", %, (коефіцієнт рейтингу $K_{46,y} =$

72,130); X_{47} - загальна кількість персональних комп'ютерів (ПК) на одного працюючого, одиниць, (коефіцієнт рейтингу $K_{47,y} = 110,565$); X_{48} - кількість ПК початкового рівня на одного працюючого, одиниць, (коефіцієнт рейтингу $K_{48,y} = 3,528$); X_{49} - кількість ПК сучасного рівня на одного працюючого, одиниць, (коефіцієнт рейтингу $K_{49,y} = 64,622$); X_{50} - загальна середня ємність RAM (Random Access Memory - оперативна пам'ять: пам'ять ПК, призначена для зберігання коду та даних програм під час їх виконання) ПК, Мб, (коефіцієнт рейтингу $K_{50,y} = 65,340$); X_{51} - ємність RAM для ПК початкового рівня, Мб, (коефіцієнт рейтингу $K_{51,y} = 6,800$); X_{52} - середня ємність RAM ПК сучасного рівня, Мб, (коефіцієнт рейтингу $K_{52,y} = 72,000$); X_{53} - середня продуктивність (швидкодія, частота) процесорів ПК, ГГц, (коефіцієнт рейтингу $K_{53,y} = 74,196$); X_{54} - продуктивність (швидкодія, частота) процесорів ПК початкового рівня, ГГц, (коефіцієнт рейтингу $K_{54,y} = 7,752$); X_{55} - продуктивність (швидкодія, частота) процесорів ПК сучасного рівня, ГГц, (коефіцієнт рейтингу $K_{55,y} = 83,707$); X_{56} - середня ємність HDD (Hard (magnetic) disk drive - Накопичувач на магнітних дисках («вінчестер»), Гб, (коефіцієнт рейтингу $K_{56,y} = 61,176$); X_{57} - ємність HDD для ПК початкового рівня, Гб, (коефіцієнт рейтингу $K_{57,y} = 6,400$); X_{58} - ємність HDD для ПК сучасного рівня, Гб, (коефіцієнт рейтингу $K_{58,y} = 77,600$); X_{59} - питома вага вартості комп'ютерів у активній частині ОК, %, (коефіцієнт рейтингу $K_{59,y} = 3,519$).

Для зменшення обсягу матеріалу для побудови математичної моделі виберемо 3 характерних з найбільш впливових чинників підприємства, яке розглядаємо: чинник X_4 - питома вага машин і обладнання з ЧПК у загальній вартості машин і обладнання, %, ($K_{4,y} = 316,404$) - 1-ше місце щодо впливовості; X_9 - машиноозброєність, тис. грн. / працівн., ($K_{9,y} = 256,589$) - 3-тє місце щодо впливовості; X_{10} - коефіцієнт інтелектуалізації основного капіталу, %, ($K_{10,y} = 89,737$) - 16-тє місце щодо впливовості.

3. При складанні умов, при яких знімаються показники продуктивності праці, вибираємо спрощену систему значень чинників у кодовій формі: -1, 0, +1.

Таблиця 1 – Умови зняття показників продуктивності праці машинобудівного підприємства

Чинники Рівні чинників	X_4 , %	X_9 , тис. грн./працівн.	X_{10} , %
Основний рівень, X_0	32,5	100,0	1,0
Інтервал варіювання, I	5,0	20,0	0,2
Верхній рівень	37,5	120,0	1,2
Нижній рівень	27,5	80,0	0,8

Джерело: розроблено авторами на підставі [4].

4. Для кількості чинників $K = 3$ обираємо матрицю Vox-Behnken designs, наведену у таблиці 2.

Таблиця 2 - Матриця зняття показників продуктивності праці машинобудівного підприємства

Номер показника продуктивності праці	Кодові значення чинників			Значення показника продуктивності праці, грн./людино-години
	x_4	x_9	x_{10}	
1	0	0	0	73,04
2	-1	-1	0	73,34
3	1	-1	0	94,36
4	-1	1	0	79,33
5	1	1	0	94,36
6	-1	0	-1	57,87
7	1	0	-1	94,36
8	0	0	0	73,04
9	-1	0	1	73,04
10	1	0	1	94,36
11	0	-1	-1	57,87
12	0	1	-1	79,34
13	0	-1	1	73,04
14	0	1	1	83,71
15	0	0	0	73,04

Джерело: розроблено авторами з використанням даних [4].

5. Аналіз матриці і побудова математичної моделі здійснюється за допомогою пакетів прикладних програм STATGRAPHICS Plus 5.0, або STATISTICA 6.0.

Отримана математична модель має вигляд:

$$Y_1 = 7304 + 11,73 \times x_4 + 4,77 \times x_9 + 4,34 \times x_{10} - 1,5 \times x_4 \times x_9 - 3,79 \times x_4 \times x_{10} - 2,7 \times x_9 \times x_{10} + 9,36 \times x_4^2 + 2,94 \times x_9^2 - 2,49 \times x_{10}^2. \quad (5)$$

Діаграма Парето (рис.1) показує значимість впливу кожного з чинників, їхніх парних взаємодій і нелінійних складових на продуктивність праці. Коефіцієнт 11,73 при x_4 , свідчить про визначальну роль використання верстатів з ЧПУ у продуктивності праці. Менший вплив мають чинники x_9 і x_{10} . Хоча коефіцієнт інтелектуалізації основного капіталу (x_{10}) на підприємствах Європи і США відіграє вирішальну роль.

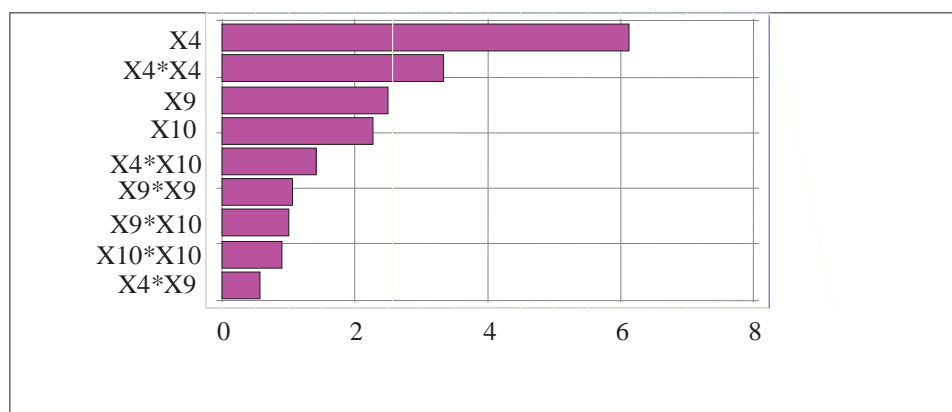


Рисунок 1 – Діаграма Парето

Джерело: розроблено авторами.

На рис.2 показана нелінійна залежність продуктивності праці від парних взаємодій чинників. Найбільший вплив має взаємодія чинників $x_4 \times x_9$; далі за значимістю впливу йдуть $x_4 \times x_{10}$ і $x_9 \times x_{10}$.

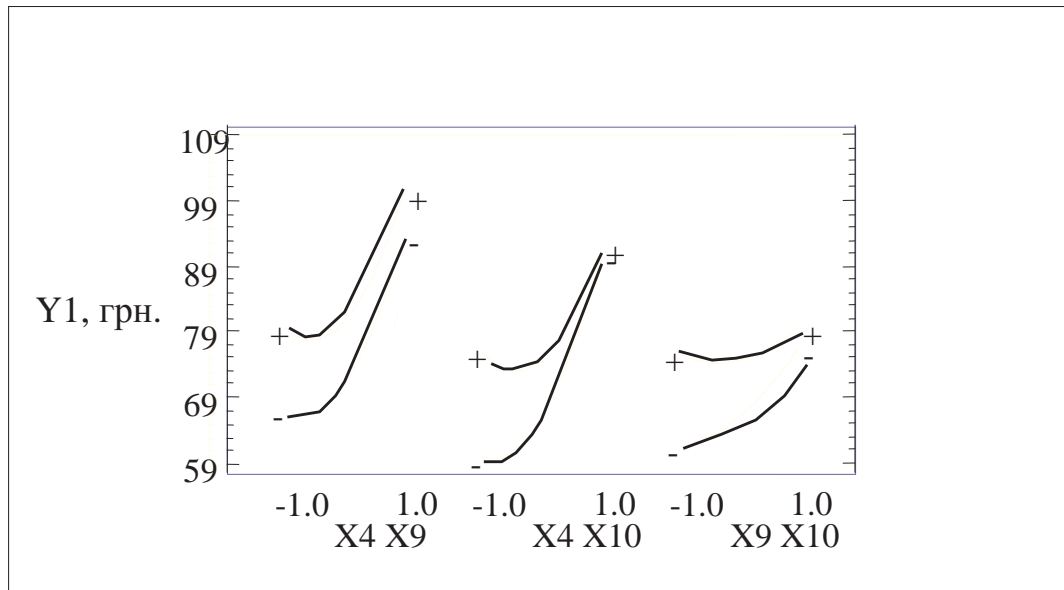


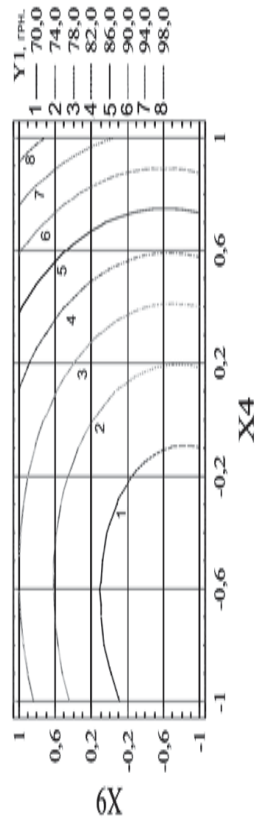
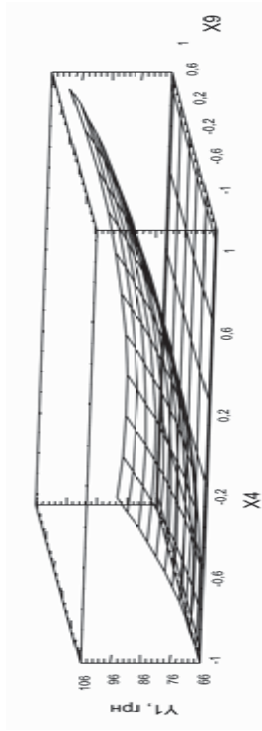
Рисунок 2 – Рівень нелінійного впливу парних взаємодій чинників $x_4 \times x_9$, $x_4 \times x_{10}$ і $x_9 \times x_{10}$ на показник продуктивності праці y

Джерело: розроблено авторами.

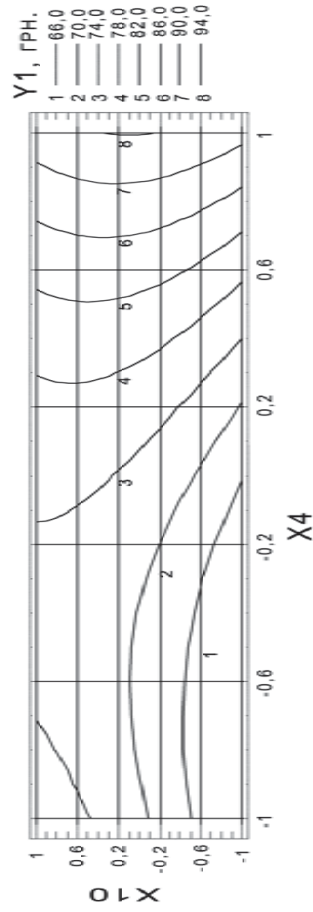
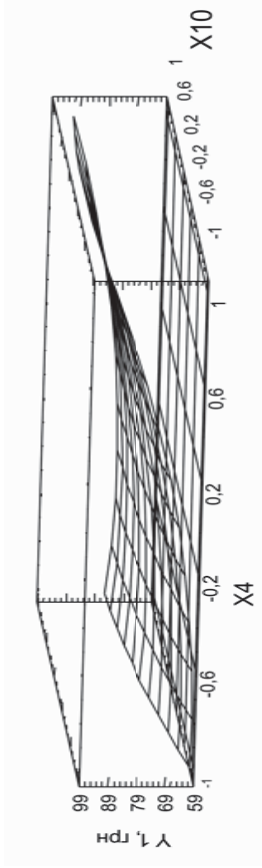
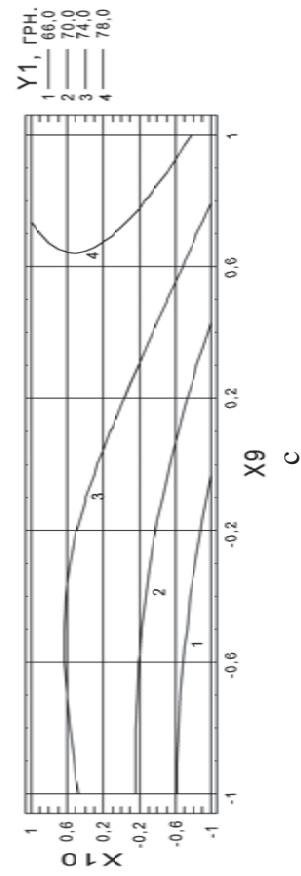
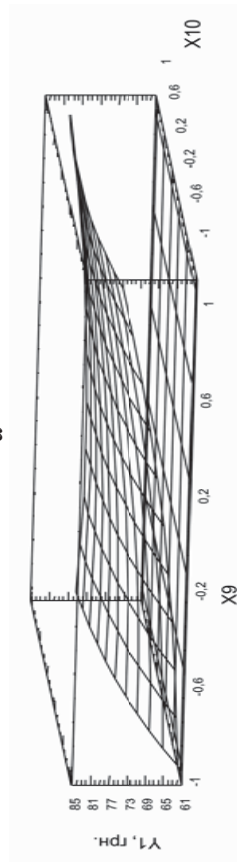
Математична модель (5) дає можливість здійснити геометричну інтерпретацію залежності $y = f(x_4, x_9, x_{10})$ при умові переходу від чотирьохмірної гіперповерхні до трьохмірних поверхонь в результаті перетину гіперповерхні гіперплощинами (при фіксованих кодових значеннях чинників на основних рівнях $x_4 = 0$, $x_9 = 0$, $x_{10} = 0$). Після перетину отримаємо $y = f(x_4, x_9)$, $y = f(x_4, x_{10})$, $y = f(x_9, x_{10})$.

У подальшому здійснюється перехід до двохмірних моделей (ізоліній) при перетині трьохмірних моделей площинами, перпендикулярними осі y і паралельними площині $x_i - 0 - x_j$ і проектуванні перерізів на площину $x_i - 0 - x_j$. Графічні трьохмірні і двохмірні залежності продуктивності праці y від чинників розвитку підприємства x_i представлені на рис.3.

Пакет прикладних програм STATGRAPHICS Plus 5.0 дає можливість будувати багатомірні моделі до рівня дев'ятимірного простору (для 8-ми чинників). Тому, при побудові кожного блоку математичних моделей слід обирати найбільш характерні суттєво впливові чинники розвитку підприємства з перетином по одному з чинників у кожній парі моделей. Це дає можливість порівнювати значимість коефіцієнтів чинників у різних моделях.



a



b

Рисунок 3 - Графічні залежності $y = f(x_i, x_j)$ і $x_i - x_j$:

- a) $y = f(x_4, x_9)$
- b) $y = f(x_4, x_{10})$
- c) $y = f(x_9, x_{10})$

Джерело: розроблено авторами з використанням даних таблиці 2 і проаналізованих за допомогою програми STATGRAPHICS Plus 5.0.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Запропонована методика апроксимації ідеальної моделі ефективності праці реальною математичною моделлю дозволяє проаналізувати вплив великої кількості чинників розвитку підприємства на ефективність праці у гіперпросторі. В результаті це уможливорює пріоритетне керування чинниками розвитку підприємства з метою підвищення ефективності праці. У подальшому, як розвиток викладеної методики, доцільно розробити алгоритми розв'язання оптимізаційних компромісних нелінійних задач для кількох показників (функціоналів) економічної ефективності роботи підприємства.

Список літератури

1. Друкер П.Ф. Эффективное управление предприятием: экономические задачи и решения, связанные с риском [Текст] / П.Ф. Друкер; [пер. с англ.]. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2008. – 224 с.
2. Друкер П.Ф. Задачи менеджмента в 21 веке [Текст] / П.Ф. Друкер; [пер. с англ.]. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2002. – 272 с.
3. Корнеева Т.С. Сучасні проблеми підвищення ефективності економічної діяльності (на матеріалах України) [Текст] : колективна монографія / За ред. д.е.н., проф. Л.М. Фільштейна. – Кіровоград: КНТУ, Центрально-українське відділення Академії економічних наук України, 2015. – С. 135–143.
4. Корнеева Т.С. Исследование влияния факторов развития национальной экономики Украины на эффективность труда [Текст] / Т.С. Корнеева // *Administrarea Publică. Revistă metodică-științifică trimestrială. Academia de Administrare Publică*. – 2015. – Nr. 3 (87), iulie – septembrie. – С.108–114. – Режим доступа до журн.: http://www.aap.gov.md/publicatii/revista/3_15.pdf#page=108.
5. Макаренко М.В. Системы показателей, модели и подходы к оценке эффективности деятельности предприятия [Электронный ресурс] / М.В. Макаренко, И.И. Малова // *Труды СГУ*. – 2012. – № 12. – Режим доступа: http://www.edit.muh.ru/content/mag/trudy/12_2008/04.pdf.
6. Налимов В.В. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов [Текст] / В.В. Налимов, Н.А. Чернова. – М.: Изд.-во "Наука", 1965. – 341 с.
7. Семів Л.К. Теоретичні та прикладні аспекти впливу знань та інновацій на продуктивність праці [Електронний ресурс] / Л.К. Семів // *Ефективна економіка, Дніпропетр. держ. аграр.-економ.ун.-т. Електронне наукове фахове видання*. – 2013. – № 9. – Режим доступа : <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=2317>.
8. Синк Д.С. Управление производительностью: планирование, измерение и оценка, контроль и повышение [Текст] / Д.С. Синк; [пер. с англ.]. – М. : "Прогрес", 1989. – 528 с.
9. Статистична інформація [Електронний ресурс] // Головне управління статистики у Кіровоградській області – Режим доступа: www.kr.ukrstat.gov.ua.
10. Тищенко А.Н. Экономическая результативность деятельности предприятий [Текст] : монография / А.Н. Тищенко, Н.А. Кизим, Я.В. Догадайло. – Х. : ИД «ИНЖЭК», 2005. – 169 с.
11. Box G. E. P. On the Experimental Attainment of Optimum Conditions / G. E. P. Box, K.V. Wilson // *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*. – 1951. – v. 13. – p. 1–45.

References

1. Druker, P.F. (2008). *Effective management of the company: economic tasks and solutions associated with the risk*. (P. Druker, Trans). Moscow: Publishing house «Williams».
2. Druker, P.F. (2002). *Tasks of management in the 21st century*. (P. Druker, Trans). Moscow: Publishing house «Williams».
3. Korneeva, T.S. (2015). Modern problems of improvement of the efficiency of economic activity (based on the materials of Ukraine). *Collective monograph*. L.M. Filshteyn (Ed.); Central Branch of Ukrainian Academy of Economic Sciences of Ukraine. (135-143). Kirovohrad: KNTU.
4. Korneeva, T.S. (2015). Issledovanie vlijanija faktorov razvitija nacional'noj jekonomiki Ukrainy na jeffektivnost' truda [Investigation of the influence of the Ukrainian national economy development factors on labour effectiveness]. *Gosudarstvennoe upravlenie. Metodicheskoe i nauchnoe ezhekvartal'nyj zhurnal. Akademija gosudarstvennogo upravlenija - Public administration. Methodical and scientific quarterly journal. Academy of Public Administration*, 3 (87), 108-114. Retrieved from http://www.aap.gov.md/publicatii/revista/3_15.pdf#page=108 [in Russian].
5. Makarenko, M.V., & Malova, I.I. (2012). *Sistemy pokazateley, modeli i podhody k ocenke effektivnosti deyatelnosti predpriyatiya* [The system of indicators, models and approaches to evaluating the

- effectiveness of the company]. *Trudy SGU - Proceedings of the SSU*, 12. Retrieved from http://www.edit.muh.ru/content/mag/trudy/12_2008/04.pdf [in Russian].
6. Nalimov, V.V., & Chernova, N.A. (1965). *Statisticheskie metody planirovaniya jekstremal'nyh jeksperimentov [Statistical methods of planning extreme experiments]*. Moscow: Publishing house «Science» [in Russian].
 7. Semiv, L.K. (2013). Teoretychni ta prykladni aspekty vplyvu znan' ta innovatsij na produktyvnist' pratsi [Theoretical and applied aspects of the impact of knowledge and innovation on labor productivity]. *Efektivna ekonomika - Efficient Economy*, 9. Retrieved from <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=2317> [in Ukrainian].
 8. Sink, D.S. (1989). *Productivity management: planning, measurement and evaluation, control and improvement*. (D. Sink, Trans). Moscow: «Progress».
 9. Sait holovnoho upravlinnia statystyky u Kirovohradskii oblasti [Site of the Main Department of Statistics in the Kirovograd region]. *kr.ukrstat.gov.ua*. Retrieved from www.kr.ukrstat.gov.ua [in Ukrainian].
 10. Tischenko, A.N., Kizim, N.A., & Dogadaylo, Ya.V. (2005). *Ekonomicheskaya rezultativnost deyatel'nosti predpriyatiy [Economic performance of the activities of enterprises]*. Har'kov: ID «INZhEK» [in Russian].
 11. Box, G. E. P., & Wilson, K. B. (1951). On the Experimental Attainment of Optimum Conditions. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 13, 1-45 [in English].

Mykola Petrenko, Professor, Ph.D. in Technical (Candidate of Technical Sciences)

Tetyana Korneeva, Assistant

Kirovohrad National Technical University, Kirovohrad, Ukraine

Approximation of the Ideal Model of Labor Efficiency of the Multidimensional Nonlinear Mathematical Model

The objective of research is the grounding of possible approximation of the ideal model of labour efficiency at an enterprise by a nonlinear polynomial; the development of the methodology of creating nonlinear multidimensional mathematic model of labour efficiency as a function of factors of enterprise development; graphic interpretation of the mathematic model and its analysis.

The methodology of mathematic modelling of labour efficiency as a function of many factors of enterprise development through approximation of the ideal model was developed. The method of linearization of the model of labour efficiency to define the rating of the indicators, to choose most influential of them and to create a nonlinear mathematic model for a fewer number of factors was used. The example of creating a model of labour efficiency at a machine building enterprise was given.

The suggested methodology of the approximation of the ideal model of labour efficiency by a real mathematic model allows analysing the influence of the factors of production development on labour efficiency in hyperspace. As a result it makes possible to have priority control over the factors of enterprise development in order to increase labour efficiency.

labor efficiency, factors of an enterprise development, methodology for creating a model, nonlinear modeling of labor efficiency

Одержано (Received) 03.11.2015

Прорецензовано (Reviewed) 25.11.2015

Прийнято до друку (Approved) 30.11.2015